

LEGGE DI CAPITALIZZAZIONE SEMPLICE O LINEARE O R.I.S. (REGIME DI INTERESSE SEMPLICE)

Il creditore, che si priva della disponibilità di un capitale C, per metterlo a disposizione del debitore ha diritto ad essere ricompensato. Come computare gli interessi dell'operazione finanziaria?

L'ipotesi più semplice è quella lineare: **gli interessi sono direttamente proporzionali al capitale iniziale, indicato con C, al tempo indicato con t e al tasso d'interesse, indicato con i:**

$$I = C i t$$

Dove i, tasso d'interesse, è riferito ad un periodo: anno, semestre, quadrimestre, ecc. **Nei calcoli il tasso è riferito all'unità monetaria** (un euro in Italia) se è noto in percentuale si sposta la virgola di due posti verso sinistra.

$$\text{Es : } 5,25\% = 0.0525$$

Gli interessi maturati I dipendono da tre variabili. Il capitale iniziale C, il tasso unitario, i e il periodo d'impiego

Un limite di questo modello è che gli interessi maturati in un periodo non producono interessi nei periodo successivi e in pratica, viene usato solo alle oo.ff. di breve e brevissimo periodo (generalmente entro l'anno). D'altra parte, sarebbe veramente difficile trovare un creditore disposto ad accettare per lunghi periodi la condizione che gli interessi siano infruttiferi.

Il **Montante è la somma del capitale iniziale più gli interessi maturati** sostituendo la relazione precedente si ha:

$$M = C + I = C + C i t = C(1 + i t)$$

Esempi

1) Il capitale di 600 € impiegato al tasso annuo del 5,9%, in 70 giorni, produce nel regime semplice, un montante pari a? (si adotti l'anno civile)

$$M = C (1 + i t) = 600 [1 + 0.059 (70/365)] = 606,79 \text{ €}$$

2) Il capitale di 7.500 € impiegato al tasso mensile del 0,50%, in 3 mesi e 12 giorni, produce nel regime semplice, un montante pari a?

Il tempo si calcola in mesi e frazioni, poiché il tasso è mensile. Il montante nella legge di capitalizzazione semplice è:

$$M = C(1 + i_{12} t) = 7.500 [1 + 0.005 (3 + 12/30)] = 7.627,50 \text{ €}$$

Il tasso è riferito ad un orizzonte temporale, con cui computare il tempo. Ad esempio, se l'o.f. dura un tempo di 5 anni 7 mesi e 20 giorni si ha:

Se i_1 è annuale, si indica il tempo in anni e frazioni di anni : $5 + 7/12 + 20/360$

Se i_2 è semestrale, si indica il tempo in semestri e frazioni : $11 + 1/6 + 20/180$

Se i_3 è quadrimestrale si indica il tempo in quadrimestri e frazioni: $16 + 3/4 + 20/120$

Se i_4 è trimestrale si indica il tempo in trimestri e frazioni: $14 + 1/3 + 20/90$

Se i_6 è bimestrale si indica il tempo in bimestri e frazioni: $33 + 1/2 + 20/60$

Se i_{12} è mensile si indica il tempo in mesi e frazioni: $67 + 20/30$

questi sono i tassi periodali che in generale si indicano con i_k . Infine, salvo diverso avviso i tempi si conteggiano secondo l'anno commerciale composto da 360 giorni (12 mesi tutti di 30). Se l'esercizio richiede l'uso dell'anno civile si conteggiano i giorni di calendario ed ovviamente l'anno è di 365 giorni (o 366 se bisestile).

Esempi

1) Dato i_2 , tasso semestrale, un tempo di 5 anni 7 mesi e 10 giorni è pari a?

Si moltiplica per il frazionamento $k = 2$ si ha:

$$(5 + 7/12 + 10/360) 2$$

pari a 11 semestri, un mese e 10 giorni equivalente alla frazione $101/9$.

2) Dato, i_3 , tasso unitario quadrimestrale, un tempo di 5 anni 7 mesi e 20 giorni a quanti quadrimestri è equivalente?

Il tempo è: $16 + \frac{3}{4} + \frac{20}{120}$ quadrimestri (15 quadrimestri in 5 anni e un quadrimestre nei 7 mesi, rimangono tre mesi che si indicano $\frac{3}{4}$ e ovviamente i giorni si indicano con $\frac{20}{120}$).

- RICERCA DEL TASSO

Si risolve la relazione fondamentale della capitalizzazione semplice rispetto al tasso:

$$i = \frac{I}{C t}$$

oppure

$$i = \frac{M - C}{C t}$$

Ricorda sempre, che i e t devono avere lo stesso orizzonte temporale.

Esempi

1) Trova il tasso semestrale, in capitalizzazione semplice, a cui è stato impiegato un capitale di 18.000 euro se gli interessi prodotti sono $I = 315$ € in 4 mesi e 20 giorni.

Il tasso è semestrale indi il tempo si conteggia in semestri e frazioni: 4 mesi si indicano $\frac{4}{6}$ e i giorni con $\frac{20}{180}$:

$$i_2 = \frac{I}{C t} = \frac{315}{18.000 \left(\frac{4}{6} + \frac{20}{180} \right)} = 0.0225$$

2) Se gli interessi semplici prodotti sono di €375, su un capitale iniziale di 15.000 €, in tre mesi, trova il tasso annuo applicato all'operazione finanziaria.

Il tasso richiesto è annuo e il tempo si esprime in anni e frazioni:

$$i = \frac{I}{C t} = \frac{375}{15.000 \frac{3}{12}} = 0.10$$

3) Quale tasso d'interesse semplice annuo produce un $I = 1/15$ di C ?

La soluzione è indipendente dal capitale iniziale (C si semplifica), perché gli interessi nella capitalizzazione semplice crescono linearmente rispetto al tempo, indi:

$$i = \frac{\frac{1}{15} C}{C t} = \frac{1}{\frac{15}{10}} = 0.08$$

RICERCA DEL TEMPO

Si risolve le relazioni precedenti rispetto al tempo:

$$t = \frac{I}{C i}$$

oppure

$$t = \frac{M - C}{C i}$$

Ricorda che il tempo normalmente viene indicato in anni, mesi e giorni, pertanto il numero decimale trovato da queste relazioni deve essere sdecimalizzato cioè passare dal sistema decimale a quello di anni, mesi e giorni. Ad esempio se il tasso è annuale e $t = 1.685$ come lo interpreteremo? La parte intera 1 anno, indi togliamo la parte intera e moltiplicheremo la parte decimale per 12:

$$0.685 \cdot 12 = 8.22 \text{ si ottengono 8 mesi}$$

si considera la parte decimale e si moltiplica per 30:

$$0.22 \cdot 30 = 6.6 \cong 7 \text{ giorni}$$

Ricorda sempre di approssimare alla fine, per eccesso se la parte decimale è ≥ 5 o troncare se è < 5

Esempi

1) Se, al tasso annuo del 4,50%, il capitale di 28.000 € ha prodotto un montante di 28.840 € il tempo d'impiego, nel regime d'interesse semplice è:

$$t = \frac{M - C}{C i} = \frac{840}{28.000 \cdot 0.045} = 0.\bar{6}$$

che indica 0 anni, la parte decimale si moltiplica per 12 e si trova 8 mesi.

2) In quanto tempo un capitale C, impiegato in capitalizzazione semplice al tasso d'interesse del 6% semestrale, produce un interesse uguale ai $\frac{7}{8}$ di C?

$$t = \frac{I}{C i} = \frac{\frac{7}{8} C}{C \cdot 0.06} = 14,5\bar{8}$$

Indi, si riporta il numero decimale in semestri e frazioni: la parte intera indica 14 semestri. La parte decimale si moltiplicata per 6 per trovare i mesi $0,58\bar{3} \cdot 6 = 3,5$ mesi e moltiplicando la parte decimale dei mesi per 30 si ottiene 15 giorni. Il tempo in anni sarà:
7 anni 3 mesi 15 giorni.

La soluzione è indipendente da C. Infine, alternativamente, si poteva risolvere il quesito prima commutando il tasso semestrale in annuale e trovare direttamente il tempo espresso in anni.

3) Il tempo d'impiego, nel regime d'interesse semplice, affinché un capitale raddoppia al tasso annuo del 6,% è di?

La soluzione è indipendente dal valore del capitale iniziale. $M = 2 C$, risolvendo la formula del montante rispetto t.

$$t = \frac{M - C}{C i} = \frac{2C - C}{C i} = \frac{1}{i} = \frac{1}{0.06} = 16.\bar{6}$$

La parte intera del numero indica 16 anni, mentre la parte decimale moltiplicata per 12 è uguale a 8 mesi. Si può generalizzare: il tempo necessario per il raddoppia del capitale è il reciproco di i cioè $t = 1/i$.